exercice 29 page 26

On note $P(x) = 3x^2 + x - 2$.

1. On a $a = 3$, $b = 1$ et $c = -2$.

   On en déduit le calcul du discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4 \times 3 \times (-2) = 1 + 24 = 25$$

2. Le discriminant Δ est strictement positif donc l'équation $P(x) = 0$ a deux solutions réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{25}}{2 \times 3} \qquad x_2 = \frac{-1 + \sqrt{25}}{2 \times 3}$$
$$x_1 = -1 \qquad x_2 = \frac{2}{3}$$

   L'équation $P(x) = 0$ a donc deux solutions distinctes $\boxed{x_1 = -1}$ et $\boxed{x_2 = \frac{2}{3}}$.

exercice 30 page 26

On note $P(x) = 4x^2 - 28x + 49$.

1. On a $a = 4$, $b = -28$ et $c = 49$.

   On en déduit le calcul du discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-28)^2 - 4 \times 4 \times 49 = 0$$

2. Le discriminant Δ est nul donc l'équation $P(x) = 0$ a une solution réelles dite racine double :

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$
$$x_0 = \frac{28}{8} = \frac{7}{2}$$

   L'équation $P(x) = 0$ a donc une seule solution $\boxed{x_0 = \frac{7}{2}}$.

exercice 30 page 26

On note $P(x) = -x^2 + 6x - 14$.

1. On a $a = -1$, $b = 6$ et $c = -14$.

   On en déduit le calcul du discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times (-1) \times (-14) = -20$$

2. Le discriminant Δ est strictement négatif donc l'équation $P(x) = 0$ n'a pas de solution.

exercice 72 page 33

Une entreprise a un coût moyen de production en euros pour x centaines d'unités produites avec $x \in [0\,;10]$ donné par :

$$C(x) = 2x^2 - 20x + 53$$

Par ailleurs, on sait que la forme canonique de C est $C(x) = 2(x-5)^2 + 3$.

1. Le coefficient dominant $a = 2$ est strictement positif donc la fonction C est décroissante puis croissante.

On en déduit que C atteint son minimum en $\alpha = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{20}{4} = 5$ qui est aussi le coefficient apparaissant dans la forme canonique $C(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$ avec $\alpha = 5$ et $\beta = 3$.

Le coût moyen minimal de production est donc atteint pour la production de 5 centaines d'unités.

2. Le minimum de C est $C(\alpha) = C(5) = 2 \times 5^2 - 20 \times 5 + 53 = 3$. C'est aussi le coefficient β qui apparaît dans la forme canonique $C(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$ qui est 3.

Le coût moyen minimal de production est donc de 3 euros.

3. Lorsque l'entreprise produit 400 unités soit 4 centaines d'unités, le coût moyen de production est de $C(4) = 2(x4-5)^2 + 3 = 2 + 3 = 5$ euros.