Exercice 1

Soit u une suite, on donne une relation de récurrence entre $u(n+1)$ et $u(n)$ ou entre $u(n)$ et $u(n-1)$. Déterminer dans chaque cas si la suite u est arithmétique ou géométrique et préciser sa raison.

1. Pour tout entier $n \geqslant 0$, $u(n+1) = u(n) - 3$.
2. Pour tout entier $n \geqslant 1$, $u(n) = 4u(n-1)$.
3. Pour tout entier $n \geqslant 0$, $u(n+1) = \dfrac{u(n)}{2}$.
4. Pour tout entier $n \geqslant 0$, $u(n+1) = u(n) + 2u(n)$.

Exercice 2

Dans chaque cas u est une suite géométrique, déterminer sa raison, puis déterminer $u(0)$, $u(10)$ et exprimer $u(n)$ en fonction de n.

1. $u(1) = 9$ et raison $q = 3$.
2. $u(1) = 4$ et raison $q = 0,5$.
3. $u(2) = 4$ et $u(3) = 6$.
4. $u(0) = 50$ et pour tout entier $n \geqslant 0$, le taux d'évolution entre $u(n)$ et $u(n+1)$ est constant et égal à $+20\%$.
5. $u(1) = 200$ et pour tout entier $n \geqslant 1$, $u(n-1) > 0$ et $\dfrac{u(n)}{u(n-1)} = 0,8$.

Exercice 3

1. v est une suite géométrique définie pour tout entier $n \geqslant 0$ par $v(n) = 3 \times 0,5^n$.
   a. Déterminer le sens de variation de la suite v.
   b. Déterminer avec la calculatrice le plus petit entier n tel que $v(n) < 0,0001$.
2. w est une suite géométrique telle que $w(1) = 20$ et pour tout entier $n \geqslant 1$ par $w(n+1) = 1,05w(n)$.
   a. Déterminer le sens de variation de la suite w.
   b. Déterminer avec la calculatrice le plus petit entier n tel que $w(n) > 1000$.

Exercice 4

1. Soit $(v_n)_{n\geqslant 0}$ une suite arithmétique de raison $\dfrac{5}{2}$ et telle que $v_1 = 5$.
   Pour tout entier $n \geqslant 0$, on a :

Réponse A : $v_{2n} = 5 + \dfrac{5}{2}n$

Réponse B : $v_{2n} = 5 + 5n$

Réponse C : $v_{2n} = \dfrac{5}{2} + 5n$

Réponse D : $v_{2n} = \dfrac{5}{2} + \dfrac{5}{2}n$

2. Soit $(u_n)_{n\geqslant 0}$ une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$ et telle que $u_2 = 20$.
   Pour tout entier $n \geqslant 0$, on a :

Réponse A : $u_n = \dfrac{20}{2^n}$

Réponse B : $u_n = \dfrac{80}{2^n}$

Réponse C : $u_n = 20 + \dfrac{n-2}{2}$

Réponse D : $u_n = \dfrac{5}{2^n}$

Exercice 5

La population d'une ville A augmente chaque année de 2 %.
La ville A avait 4 600 habitants en 2010.
La population d'une ville B augmente de 110 habitants par année.
La ville B avait 5 100 habitants en 2010.
Pour tout entier n, on note u_n le nombre d'habitants de la ville A et v_n le nombre d'habitants de la ville B à la fin de l'année $2010 + n$.

1. Calculer le nombre d'habitants de la ville A et le nombre d'habitants de la ville B à la fin de l'année 2011
2. Quelle est la nature des suites (u_n) et (v_n) ?
3. Donner l'expression de u_n en fonction de n, pour tout entier naturel n et calculer le nombre d'habitants de la ville A en 2020.
4. Donner l'expression de v_n en fonction de n, pour tout entier naturel n et calculer le nombre d'habitants de la ville B en 2020.
5. Reproduire et compléter sur la copie l'algorithme ci-dessous qui permet de déterminer au bout de combien d'années la population de la ville A dépasse celle de la ville B.

```
def année () :
    u = 4 600
    v = 5 100
    n = 0
    while ... :
        u = ...
        v = ...
        n = ...
    return n
```