Exercice 1

Résoudre dans $]0\,;+\infty[$ les équations ou inéquations suivantes :

1. $\ln(x) = 5$
2. $2 + \ln(x) < 3$
3. $\ln(8x) - \ln(4) = 1 + \ln(2)$

Exercice 2

Déterminer le plus petit entier naturel n qui est solution de l'inéquation :

1. $1,5^n > 10^{50}$
2. $0,8^n < 10^{-30}$

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - 3\ln\left(\mathrm{e}^x + 1\right)$.
f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme composée de fonctions dérivables.

1. Démontrer que pour tout réel x, on a :
$$f'(x) = \frac{1 - 2\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 1}$$
2. **a.** Étudier le signe de la fonction dérivée f'.
   b. En déduire le tableau de variations de la fonction f.

Exercice 4

On considère la fonction g définie sur $\left]0\,;\mathrm{e}^8\right]$ par :
$$g(x) = \frac{5 - \ln(x)}{x}$$
g est dérivable sur $\left]0\,;\mathrm{e}^8\right]$ comme quotient de fonctions dérivables.

1. Calculer $g(1)$, $g\left(\mathrm{e}^5\right)$ et $g\left(\mathrm{e}^8\right)$.
2. Déterminer la limite de la fonction g en 0^+.
3. **a.** Démontrer que pour tout réel $x > 0$, on a :
$$g'(x) = \frac{\ln(x) - 6}{x^2}$$
   b. Résoudre sur $\left]0\,;\mathrm{e}^{10}\right]$ l'inéquation $\ln(x) > 6$.
   c. En déduire le tableau de signes de la fonction dérivée g' sur $\left]0\,;\mathrm{e}^8\right]$.
4. Déduire des questions précédentes le tableau de variation complet de la fonction g sur $\left]0\,;\mathrm{e}^8\right]$: avec les limites ou valeurs aux bornes de l'ensemble de définition et les valeurs des extrema.