

**Définition 1**

Soit F et f deux fonctions définies sur un intervalle I , telles que F est dérivable sur I .
Si la fonction dérivée de F est f alors on dit que F est une primitive de f .

Exercice 1

Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \frac{1}{e^{-x^2} + 1}$.
Déterminer la fonction f dont F est une primitive.

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + x + 1$.

1. Déterminer une fonction F qui est une primitive de f .
2. Déterminer une fonction G distincte de f qui est aussi une primitive de f .
3. Déterminer la primitive H de f qui s'annule en -1 c'est-à-dire telle que $H(-1) = 0$.

**Propriété 1**

Les trois propositions suivantes sont équivalentes :

- ☞ Si F et G sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I telles que $F' = G'$, alors il existe une constante k , telle que pour tout réel x on a : $F(x) = G(x) + k$.
- ☞ Si deux fonctions dérivables F et G dérivables sur un intervalle I ont la même fonction dérivée, alors la différence entre ces fonctions est constante.
- ☞ La différence entre deux primitives F et G d'une même fonction $f = F' = G'$ est une constante, c'est-à-dire que $F = G + k$ avec k constante.

Exercice 3

On donne douze fonctions notées de f_1 à f_{12} dérivables sur $]0; +\infty[$:

- | | | |
|---------------------------------|----------------------------------|---|
| 1. $f_1 : x \mapsto 2x$ | 6. $f_6 : x \mapsto e^{-x} - 3$ | 10. $f_{10} : x \mapsto \frac{x^3}{3} - x$ |
| 2. $f_2 : x \mapsto e^{-x} + 2$ | 7. $f_7 : x \mapsto -e^{-x} + 1$ | 11. $f_{11} : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$ |
| 3. $f_3 : x \mapsto x^2 + 4$ | 8. $f_8 : x \mapsto 2\sqrt{x}$ | 12. $f_{12} : x \mapsto -e^{-x} + 2x$ |
| 4. $f_4 : x \mapsto -e^{-x}$ | | |
| 5. $f_5 : x \mapsto e^{-x}$ | 9. $f_9 : x \mapsto x^2 - 1$ | |

Écrire toutes les phrases possibles de la forme : « f est la dérivée de F et F est une primitive de f ».



Propriété 2

Fonction	Primitive	Intervalle de définition
$x \mapsto a$	$x \mapsto ax$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto ax + b$	$x \mapsto \frac{a}{2}x^2 + bx$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto x^2$	$x \mapsto \frac{x^3}{3}$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto x^3$	$x \mapsto \frac{x^4}{4}$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto x^n$	$x \mapsto \frac{x^{n+1}}{n+1}$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \frac{1}{x^2}$	$x \mapsto -\frac{1}{x}$	$] -\infty, 0[$ ou $] 0, +\infty[$
$x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$	$x \mapsto 2\sqrt{x}$	$] 0, +\infty[$
$x \mapsto e^x$	$x \mapsto e^x$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto e^{-x}$	$x \mapsto -e^{-x}$	$\mathbb{R}$

Dans ce tableau, $a, b, k \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$. Chaque primitive peut être augmentée d'une constante réelle.

Exercice 4

Dans chaque cas f est une fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
Compléter le tableau avec une primitive de la fonction f .

f	Une primitive F
$f : x \mapsto -\frac{1}{x^2}$	...
$f : x \mapsto 3e^x + e^{-x}$	...
$f : x \mapsto \frac{2}{\sqrt{x}}$	...
$f : x \mapsto x^3 - x + 4$	...