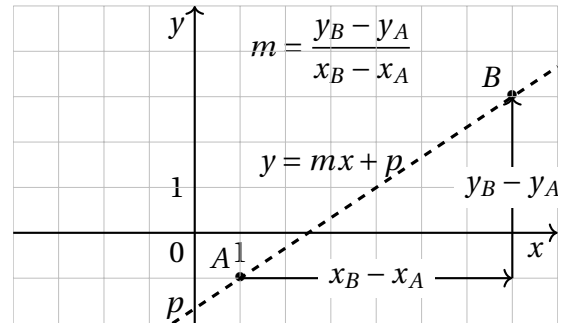


**Théorème 1**

Une quantité  $y$  est une **fonction affine** de la variable  $x$  si on a :

$$y = f(x) = mx + p \text{ avec } \begin{cases} m \text{ coefficient directeur} \\ p \text{ ordonnée à l'origine} \end{cases}$$

Dans un repère l'ensemble des points de coordonnées  $(x; y = f(x))$  est la droite d'équation réduite  $y = mx + p$ .



**Méthode 1 Reconnaître l'expression d'une fonction linéaire, d'une fonction affine, savoir que leur représentation graphique est une droite**

Exemple : On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = x^2 - (x + 3)(x - 4)$ . Pour déterminer si  $g$  est une fonction affine d'expression  $mx + p$ , on développe et réduit  $g(x)$  :

$$g(x) = x^2 - (x^2 - 4x + 3x - 12) = x^2 - x^2 + 4x - 3x + 12 = x + 12$$

On en déduit que  $g$  est une fonction affine de coefficient directeur  $m = 1$  et d'ordonnée à l'origine  $p = 12$ , représentée graphiquement par une droite d'équation  $y = x + 12$ .

**Application 1**

Déterminer si la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = 2x^2 - (2x + 3)(x - 2)$  est une fonction affine.

.....  
 .....

**Méthode 2 Calculer une image par une fonction affine**

Exemple : On considère la fonction affine  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = \frac{3}{2}x + 4$ . L'image de  $-3$  par la fonction

$$g \text{ est } g(-3) = \frac{3}{2} \times (-3) + 4 = -\frac{9}{2} + \frac{8}{2} = -\frac{1}{2}.$$

**Application 2**

On considère la fonction affine  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = \frac{2}{3}x - 3$ .

Calculer l'image de  $-3$  par la fonction  $h$  :

.....

|

### Méthode 3 Déterminer le coefficient directeur d'une droite à partir de son équation réduite

On écrit l'équation sous la forme  $y = mx + p$ , le coefficient directeur est  $m$  (en réduisant si c'est une fraction).

Exemple : Pour déterminer le coefficient directeur d'une droite d'équation  $y = \frac{5-2x}{4}$ , on écrit l'équation

sous la forme  $y = \frac{5}{4} - \frac{2}{4}x = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$ .

Le coefficient directeur de cette droite est donc  $m = -\frac{1}{2}$ .

### Application 3

Déterminer le coefficient directeur de la droite d'équation  $y = 2x - \frac{x+5}{2}$ .

.....  
.....

### Méthode 4 Déterminer le coefficient directeur d'une droite à partir des coordonnées de deux de ses points A et B

On applique la formule du coefficient directeur  $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ .

Exemple : Le coefficient directeur de la droite passant par les points A(6; -6) et B(-2; -9) est :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-9 - (-6)}{-2 - 6} = \frac{-3}{-8} = \frac{3}{8}$$

### Application 4

Le coefficient directeur de la droite passant par les points A(-8; 9) et B(7; 6) est :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

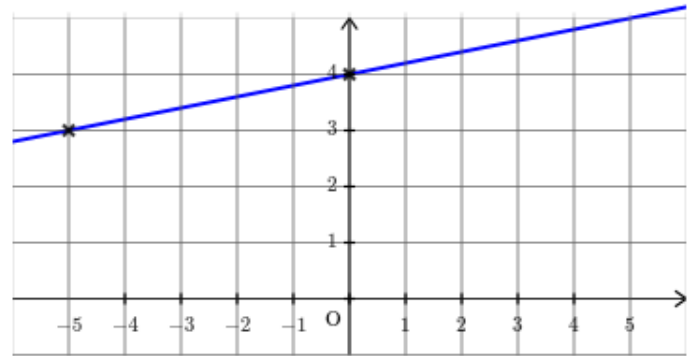
**Méthode 5 Déterminer graphiquement le coefficient directeur d'une droite**

Pour déterminer graphiquement le coefficient directeur d'une droite, on sélectionne deux points A et B à coordonnées entières de la droite et on applique la formule du coefficient directeur  $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ .

Exemples :

La droite ci-contre passe par les points A(-5; 3) et B(0; 4), donc son coefficient directeur est :

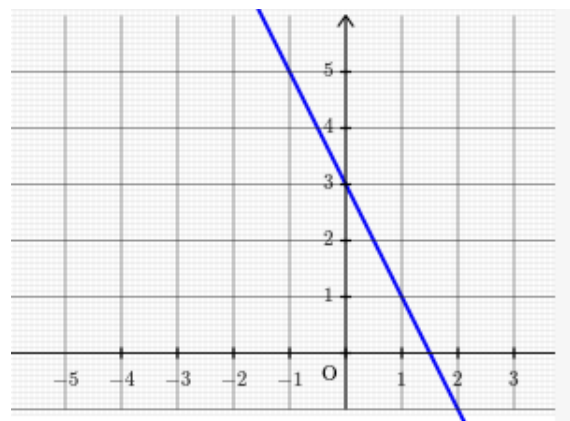
$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4 - 3}{0 - (-5)} = \frac{1}{5}$$



**Application 5**

La droite ci-contre passe par les points A(.....;.....) et B(.....;.....), donc son coefficient directeur est :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$



**Méthode 6 Déterminer graphiquement l'équation réduite d'une droite.**

Une équation réduite de droite dans un repère du plan est de la forme  $y = mx + p$ .

- ☞ On détermine l'ordonnée à l'origine  $p$  comme ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées.
- ☞ On détermine le coefficient directeur à partir de deux points à coordonnées entières comme dans la méthode précédente.

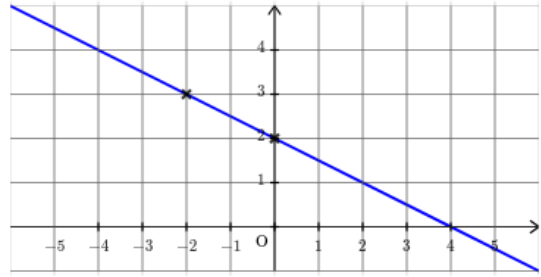
Exemples :

La droite ci-contre coupe l'axe des ordonnées en 2 donc son ordonnée à l'origine est  $p = 2$ .

La droite passe par les points  $A(-2; 3)$  et  $B(0; 2)$ , donc son coefficient directeur est :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - 3}{0 - (-2)} = -\frac{1}{2}$$

L'équation réduite de la droite est donc  $y = -\frac{1}{2}x + 2$ .



### Application 6

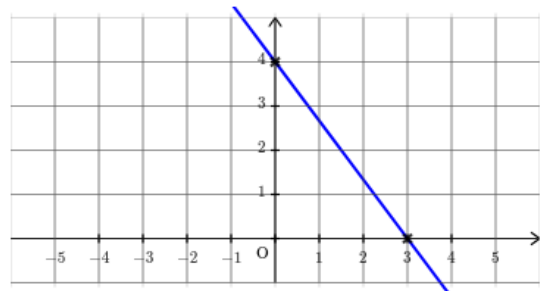
La droite ci-contre coupe l'axe des ordonnées en ... donc son ordonnée à l'origine est  $p = \dots\dots$

La droite passe par les points  $A(\dots; \dots)$  et  $B(\dots; \dots)$ , donc son coefficient directeur est :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = -\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

L'équation réduite de la droite est donc :

$$y = \dots\dots x + \dots\dots$$



### Théorème 2

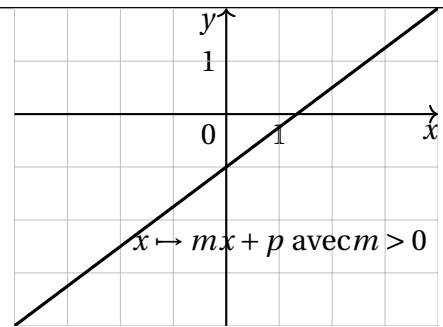
Soit  $f$  une fonction affine définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = mx + p$ .

Premier cas :  $m > 0$

$f$  est **strictement croissante** sur  $\mathbb{R}$ .

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{p}{m}$  et  $f$  est négative puis positive

$x$	$-\infty$	$-\frac{p}{m}$	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

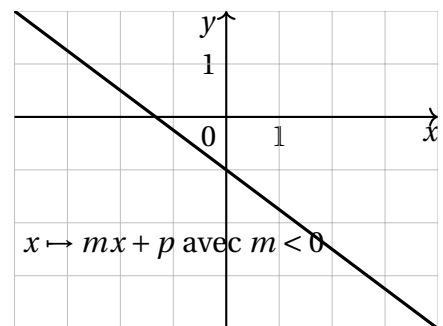


Deuxième cas :  $m < 0$

$f$  est **strictement décroissante** sur  $\mathbb{R}$ .

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{p}{m}$  et  $f$  est positive puis négative

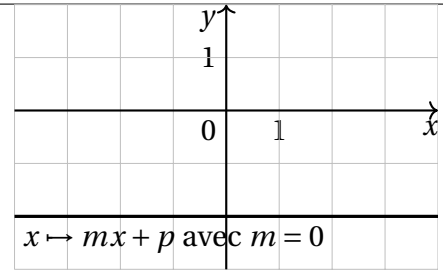
$x$	$-\infty$	$-\frac{p}{m}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-



Troisième cas :  $m = 0$

☞  $f$  est **constante** sur  $\mathbb{R}$ ,  $f : x \mapsto p$ .

☞  $f$  est de signe constant, celui de  $p$



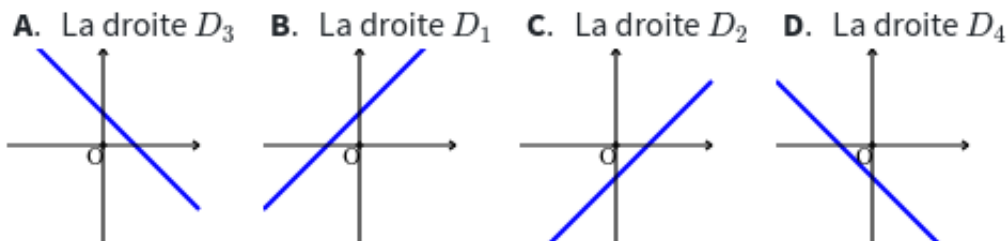
### 🔧 Méthode 7 Déterminer le sens de variation et le signe d'une fonction affine

Soit  $f$  une fonction affine  $f : x \mapsto mx + p$ .

Coefficient directeur $m$	Sens de variation sur $\mathbb{R}$	Signe
$m < 0$	décroissant	+ 0 -
$m = 0$	constant	constant
$m > 0$	croissant	- 0 +

Exemple :

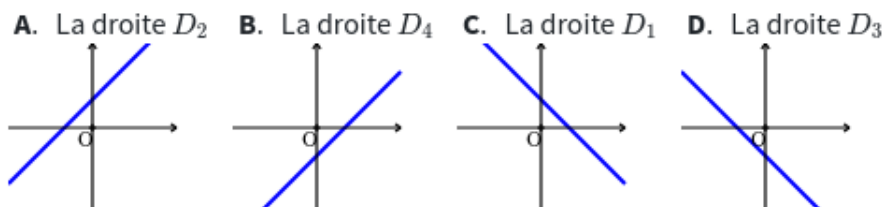
Soit la fonction affine  $g : x \mapsto 7x - 2$ . Déterminons la droite qui peut représenter  $g$  parmi celles représentées ci-dessous :



Le coefficient directeur  $m = 7$  est strictement positif donc  $g$  est croissante sur  $\mathbb{R}$ , donc seules  $D_1$  et  $D_2$  sont possibles. L'ordonnée à l'origine  $p = -2$  est strictement négative donc la seule possibilité est  $D_2$ .

### 📌 Application 7

Soit la fonction affine  $h : x \mapsto -7x + 4$ . Déterminons la droite qui peut représenter  $h$  parmi celles représentées ci-dessous :



.....  
 .....